26　イ修

平成２５年１２月８日

時間　午前 9 時 30 分～11 時 30 分

専 門 科 目
技 術 経 営

イノベーションマネジメント研究科
技術経営専攻

注意事項

1. 受験者は【一般問題】【数学問題】の 2 つの問題群から **1 つだけ選択し**解答せよ．
2. 【一般問題】は第 2～第 4 ページに，【数学問題】は第 5～第 7 ページにある．
3. 問題群毎に，解答上の注意事項が与えられているので，よく読んで解答せよ．

【一般問題】

注意事項

1. 問題 1，問題 2 のすべてに解答すること．
2. 問題 1 の解答は，問題 1 と記入されている解答用紙に記入すること．
3. 解答用紙の裏面は使用しないこと．
4. 各解答用紙の指定箇所に必ず受験番号を記入すること．

問題 1.（配点 20）

次ページの図 1 に示したあみだくじについて、以下の問いに答えよ。

(1) a を起点とする縦線と x を起点とする縦線が重なるように円柱に巻き付け、5 対 5 の円筒状のあみだくじを作ったとき、起点と終点の対応（起点→終点）が a(x)→1(y)、 b→2、 c→3、 d→4、 e→5 となるよう点線ア、イで挟まれた領域に横線を 2 本書き入れなさい。その際、書き入れた横線がどれであるかわかるよう、書き入れた横線のどこかに○を付けなさい。なお、他の縦線を跨ぐ必要があるときには（　　）のように書くこと。

(2) (1)で横線を書き入れた円筒状のあみだくじを開いて起点が a から x、 終点が 1 から y の 6 対 6 の平面上のあみだくじに戻したとき、a、 b、 c、 d、 e、 x がそれぞれ 1、 2、 3、 4、 5、 y のどこと結びつくか答えなさい。

(3) (2)の平面上のあみだくじの起点と終点の結びつきが a→1、 b→2、 c→3、 d→4、 e→5、 x→y となるよう点線ア、イで挟まれた領域に横線を 2 本書き入れなさい。その際、書き入れた横線がどれであるかわかるよう、書き入れた横線のどこかに○を付けなさい。なお、他の縦線を跨ぐ必要があるときには（　　）のように書くこと。

＊「あみだくじ」とは参考図のように、起点（A、B、C、D）から終点（①、②、③、④）に向かって後戻りなく進み、横線との接点からは必ず横線上を横に進んで、縦線にぶつかると再び終点に向かって進むようにして、起点と対応する終点を探るゲームのこと。

参考図

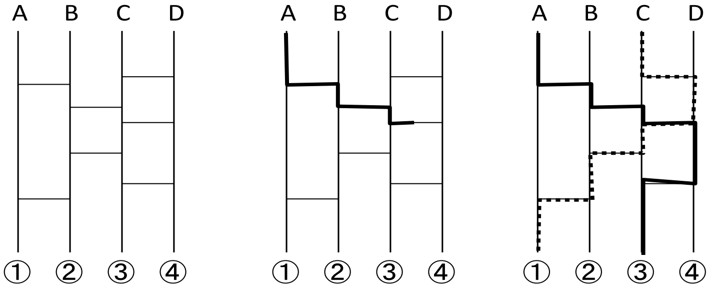
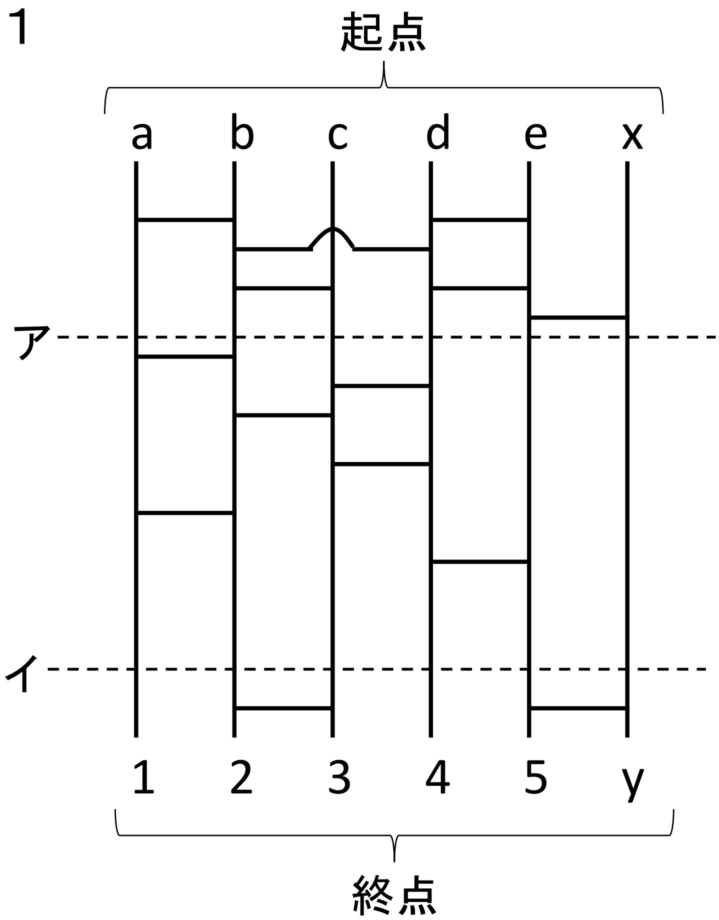


図1



問題 2. （配点 80）

　科学的な言明とは反証可能性を有している言明のことであると定義する。ここで反証可能性とは、その言明の真偽が検証可能であり、偽となる可能性を有していることとする。この時、下記の言明（ア）～（ウ）が科学的な言明といえるかどうかをそれぞれ述べなさい。また、科学的な言明であるとすれば、どのような方法やデータを用いて真偽を検証できるのか論じなさい。科学的な言明でないとすればその理由を述べなさい。ただし、言明に含まれる概念の定義を明確にすれば反証可能であると考えられる場合は、その概念の定義を適切に与えた上で、どのような方法やデータを用いて真偽を検証できるのか論じなさい。なお、本設問は解答用紙２枚以内で解答すること。

(ア)　イノベーションを新たな経済価値の創造であると定義する。

(イ)　イノベーションを実現する方法には、新たな製品やサービスの開発、製品やサービスの新しい生産方法の開発、新しい販売先の開拓、新しい仕入れ先の獲得、新たな組織の実現がある。

(ウ)　イノベーションを実現するためには、自由な研究環境、筋のいい技術を見極める力、顧客ニーズを開拓する出口戦略が重要である。

【数学問題】

注意事項

1. 問題 1, 問題 2, 問題 3 の全てに解答すること.

2. 解答は問題毎に別々の解答用紙に記入すること.

3. 解答用紙の裏面を使用しても構わない.

4. 問題 1 と記入されている解答用紙に記入してはならない.

5. 各解答用紙の指定箇所に必ず受験番号を記入すること.

問題 **1.** (配点 30) $\mathbb{R}$ を実数全体のなす集合, π を円周率とする. X は確率空間 $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ 上の $\mathbb{R}$ 値確率変数で $-3 \le a \le b \le 3$ なる任意の $a, b \in \mathbb{R}$ に対し

$$P(\{\omega \in \Omega \mid a \le X(\omega) \le b\}) = \begin{cases} \dfrac{b-a+6}{12}, & a \le -2 \le b \text{ の場合} \\ \dfrac{b-a}{12}, & -2 < a \text{ または } b < -2 \text{ の場合} \end{cases}$$

であるものとする. 1 以上の整数 n に対し $\mathbb{R}$ の部分集合 B_n を

$$B_n = \left\{ x \,\middle|\, -2 + \frac{\sin(n\pi/2)}{n} < x \le 1 + \sin(n\pi/2) \right\}$$

によって定める. この時以下の値を求めよ.

(1) X の値が B_n に含まれるような n が無限にある確率.

(2) X の値が B_n に含まれないような n が有限個である確率.

問題 2. (配点 30) π を円周率とする.

(1) $y^4 - 2y^3 + 4y - 4 = (y^2-2)(y^2-2y+2)$ に注意して

$$\int_0^1 \frac{16(y-1)}{y^4-2y^3+4y-4}\,dy$$

の値を求めよ.

(2) 上の結果および $y^4 + 4 = (y^2+2y+2)(y^2-2y+2)$ に注意して

$$\pi = \int_0^{1/\sqrt{2}} \frac{4\sqrt{2} - 8x^3 - 4\sqrt{2}x^4 - 8x^5}{1-x^8}\,dx$$

が成立することを示せ.

(3)

$$\int_0^{1/\sqrt{2}} \frac{x^{k-1}}{1-x^8}\,dx = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^k \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{k+8i}\left(\frac{1}{16}\right)^i$$

が 1 以上の全ての整数 k に対して成立することを示せ.

(4)

$$\pi = \sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{1}{16}\right)^i\left(\frac{4}{1+8i} - \frac{2}{4+8i} - \frac{1}{5+8i} - \frac{1}{6+8i}\right)$$

を示せ.

問題 3. (配点 40) $\mathbb{Z}$ を整数全体のなす集合, $\mathbb{C}$ を複素数全体のなす集合, $\mathrm{Im}\, z$ は複素数 z の虚部を表わすとする. z に関する方程式 $z^3 - 1 = 0$ の解で $\mathrm{Im}\, z > 0$ を満たすものを ζ とする.

$$L = \{a + b\zeta \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$$

によって $\mathbb{C}$ の部分集合 L を定める.

(1) 任意の $z, w \in L$ に対し $zw \in L$ であることを示せ.

(2) $A(a, b) = a + b\zeta$ によって $\mathbb{Z}^2$ から L への全単射 A を定める. A の逆写像を A^{-1} とする. $w \in L$ を一つ固定して $\mathbb{Z}^2$ から $\mathbb{Z}^2$ への写像 F_w を $F_w(a, b) = A^{-1}(w(a+b\zeta))$ によって定める. この時 F_w は $\mathbb{Z}^2$ から $\mathbb{Z}^2$ への $\mathbb{Z}$-線形写像となることを示せ. (任意の $u, v \in \mathbb{Z}^2$ および $k \in \mathbb{Z}$ に対し $F_w(u+v) = F_w(u) + F_w(v)$, $F_w(ku) = kF_w(u)$ が成立することを示せばよい.)

(3) $\mathbb{Z}^2$ の元を縦ベクトルで表わすとき, $x, y \in \mathbb{Z}$ に対して $F_{x+y\zeta}$ を表わす行列を求めよ.

(4) 任意の $z, w \in L$ に対し $F_w \circ F_z = F_{wz}$ であることを示せ. ただし $F_w \circ F_z$ は F_w と F_z の合成を表わすものとする.

(5) 上の (3) で求めた行列を $G_{a+b\zeta}$ と書くことにする. $(G_{-1+\zeta})^{100}$ を求めよ.