

27 イ修

平成26年12月7日

時間 午前9時30分～11時30分

専門科目 技術経営

イノベーションマネジメント研究科
技術経営専攻

注意事項

1. 受験者は【一般問題】【数学問題】の2つの問題群から 1つだけ選択し解答せよ。選択した問題群を解答用紙の1枚目に記入すること。
2. 【一般問題】は第2～第3ページに，【数学問題】は第4～第6ページにある。
3. 問題群毎に，解答上の注意事項が与えられているので，よく読んで解答せよ。

【一般問題】

注意事項

1. 問題 1, 問題 2 のすべてに解答すること.
2. 解答は問題 1, 問題 2 のそれぞれについて別々の解答用紙に記入すること.
3. 各解答用紙の指定箇所に必ず受験番号を記入すること.

問題 1. (配点 20)

以下の文章中のア～エのそれぞれに①～③の記号の組み合わせを、オとカに数字を回答せよ.

(1) 13 枚の金貨①～⑬があり, このうち 1 枚は偽物で他と重さが異なる. この偽物を, 天秤を 3 回使って発見したい.

第 1 回目の測定では, [①②③④]と[⑤⑥⑦⑧]の間で量る. これらが釣り合った場合は, 第 2 回目の測定では, [ア]と[イ]の間で量る. 逆に, これらが釣り合わなかった場合は, 第 2 回目の測定では, [ウ]と[エ]の間で量る. 但し, いずれの場合でも, 量る金貨の枚数は最小となるようにするものとする.

解答例 キ [①②③④] ク [⑤⑥⑦⑧]

(2) A, B, C, D の 4 人が, 金魚すくいを行った結果, それぞれが 1, 2, 3, 4 匹の金魚をすくった. 尚, 各人は他の 3 人がすくった金魚の数を知っているとする.

各人に他の人がすくった金魚の数を尋ねたところ, 下記のような発言があった. ただし, 4 人とも自分より多くをすくった人についての発言は嘘, 少ない人については嘘か真実かのどちらかである.

A の発言: 「B は 1 匹ではない」

B の発言: 「C は 1 匹ではない」

C の発言: 「D は 1 匹ではない」

D の発言: 発言なし

以上の発言から, A がすくった金魚は [オ]匹, C がすくった金魚は[カ]匹である.

問題 2. (配点 80)

次の(1), (2), (3) の全てに答えなさい。

(1) 近年「若者の自動車離れ」が指摘されている。この現象の有無を確認する為には、どのような情報を収集すればよいか記述しなさい。(200 字程度)

(2) (1)の結果、「若者の自動車離れ」が確認されたとする。その場合、その要因として考えられる仮説を一つ以上記述しなさい。(200 字程度)

(3) (2)の仮説を検証する為には、どのような情報を収集し、どのような分析をすればよいか記述しなさい。(1000 字程度)

【数学問題】

注意事項

1. 問題 1, 問題 2, 問題 3 の全てに解答すること.
2. 解答は問題毎に別々の解答用紙に記入すること.
3. 各解答用紙の指定箇所に必ず受験番号を記入すること.

問題 1. (配点 35) 確率空間 (Ω, \mathcal{F}, P) 上の実数値確率変数 X と 1 以上の整数 k とに対し $M_k(X) = E((X - E(X))^k)$ と定める. また事象 $A \in \mathcal{F}$ の上での X の期待値を $E(X; A)$ と記すことにする. すなわち $E(X; A) = \int_A X(\omega) P(d\omega)$ である.

(1) (Ω, \mathcal{F}, P) 上の任意の実数値確率変数 Y と実数 a とに対し

$$E(Y) = E(Y; \{\omega \in \Omega \mid Y > a\}) + E(Y; \{\omega \in \Omega \mid Y \leq a\})$$

が成立することに注意し, 次の不等式:

$$P(\{\omega \in \Omega \mid |X(\omega) - E(X)| > a\}) \leq \frac{M_m(X)}{a^m}$$

が任意の, 正の実数 a , 2 以上の偶数 m , および確率変数 X , に対して成立することを示せ.

- (2) Y_1, Y_2 は確率変数 Y と同じ分布を持つ独立な確率変数であり, $M_2(Y) = \mu_2$, $M_4(Y) = \mu_4$ であるとする. 確率変数 Z を $Z = Y_1 + Y_2$ と定めるとき $M_2(Z)$ および $M_4(Z)$ を μ_2 および μ_4 を用いてあらわせ.
- (3) X_1, X_2, X_3, X_4 は確率変数 X と同じ分布を持つ独立な確率変数であって $E(X) = 0$, $M_2(X) = 1$, $M_4(X) = 3$ であるとするとき以下の二つの不等式が成立することを示せ.

$$P\left(\left\{\omega \in \Omega \mid 3 < \left|\sum_{i=1}^4 X_i(\omega)\right|\right\}\right) \leq \frac{40}{81}$$
$$P\left(\left\{\omega \in \Omega \mid 4 < \left|\sum_{i=1}^4 X_i(\omega)\right|\right\}\right) \leq \frac{7}{32}$$

問題 2. (配点 35) A をベクトルあるいは行列とするととき tA によって A の転置を表わす. 3次元ユークリッド空間 \mathbb{R}^3 内の曲面 S を

$$S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x-1)^2 + (y-1)^2 + 4\left(z - \frac{1}{2}\right)^2 - 3 = 0 \right\}$$

と定める.

- (1) 曲面 S と \mathbb{R}^3 の原点 $(0, 0, 0)$ に於いて接する平面の方程式, およびその平面の法線ベクトル \vec{a} を求めよ. 但し \vec{a} の x 成分は正で $|\vec{a}| = 1$ であるとする.
- (2) \vec{a} を ${}^t(1, 0, 0)$ に写す 3次直交行列をひとつ求めよ.
- (3) 曲面 S を上の問いで求めた直交行列で定まる線形変換によって写して得られる曲面の方程式を求めよ.

問題 3. (配点 30) 正の実数 x に対して定義される関数 $f(x) = x^{1/x}$ を考える.

(1) $f(x)$ が最大値をとる時の x の値を a とする. a と $f(a)$ を求めよ.

(2) $x = a$ の周りで $f(x)$ を, 誤差項が $O((x - a)^3)$ となるようにテイラー展開せよ.