専門科目 (午前)　　21　大　修

技術経営専攻　　時間 9 : 30 ～ 11 : 00

全体に対する注意事項

1. 受験者は【技術経営戦略に関する問題】【知的財産に関する問題】【金融工学分野に関する問題】の 3 つの問題群から**一つだけ選択し**解答せよ。

2. 【技術経営戦略に関する問題】は 第 2 ～ 第 3 ページに、【知的財産に関する問題】は第 4 ページに、【金融工学分野に関する問題】は 第 5 ～ 第 6 ページにある。

3. 問題群毎に、解答上の注意事項が与えられているので、よく読んで解答せよ。

【技術経営戦略に関する問題】

注意事項

1. 問題 1 および問題 2 の全部について解答すること。

2. 解答は問題ごとに別々の解答用紙に記入すること。

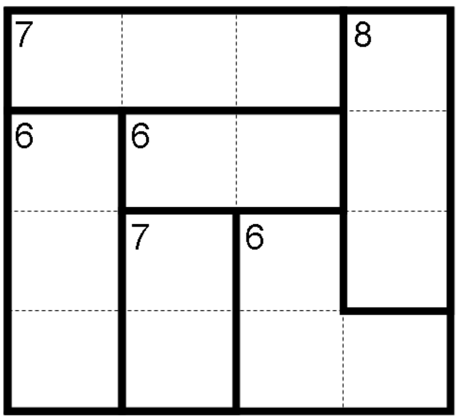
3. 各解答用紙の指定箇所に必ず受験番号を記入すること。

4. 各解答用紙の左上端に【技術経営戦略】という言葉と問題番号を記入すること。

問題 1. ルールにしたがって、下図の各マスに 1 から 4 の数字を入れなさい。

ルール:

- 図の各マスに 1 から 4 までの数字をひとつずつ入れます。
- どの行 (横)、列 (縦) にも 1 から 4 の数字がひとつずつ入ります。
- 太線で囲まれたブロックの左上の数字は、ブロック内の数字の和 (足したもの) を表します。



問題 2. 次の日本経済新聞（2008 年 10 月 9 日朝刊）の記事を読み、(I)、(II) の問に両方答えよ。

> 「スウェーデン王立科学アカデミーは 10 月 8 日、2008 年のノーベル化学賞を下村脩・米ボストン大学医学校名誉教授 (80) ら三人に授与すると発表した。7 日には小林誠・高エネルギー加速器研究機構名誉教授ら日本の三人の受賞が決まったばかり。日本人が同年に二つのノーベル賞を受賞するのは 2002 年以来の快挙で、<u>基礎科学分野での日本の底力</u>を世界に示した。
>
> 下村氏への授賞理由は「緑色蛍光たんぱく質 (GFP) の発見と開発」。発光するクラゲから緑色に光るたんぱく質を取り出すことに成功した。蛍光たんぱく質は医学や生命工学 (バイオテクノロジー) の分野の研究で広く利用され、医薬品開発などに欠かせない基本的な道具となっている。チャルフィー米コロンビア大学教授 (61)、チェン米カリフォルニア大学サンディエゴ校教授 (56) と共同受賞する。
>
> 下村氏は北米西海岸沿岸を海流に乗って漂う「オワンクラゲ」から GFP を取り出した。紫外線を当てると、このたんぱく質が明るく輝くことを 1961 年に発見した。後にチャルフィー氏らが GFP をバイオテクノロジーの実験に使う方法を開発した。
>
> GFP は驚くほど明るい緑色の蛍光を出すため、これを目印として、ほかのたんぱく質にくっつけてがん細胞や神経細胞に入れれば、細胞がどのように働いていたり成長したりしているかなどが手に取るように簡単に分かる。GFP は民間企業の研究開発にとっても欠かせない重要な技術だ。製薬企業やバイオベンチャーはこれを使ってがんやアルツハイマー病、糖尿病など様々な病気の医薬品などの開発を実現。将来大きな産業になると期待される生命科学の発展に大きく貢献した。」

注) チャルフィー氏は 1992 年に GFP をバイオテクノロジーの実験に使う方法を開発した。

(I) 下線部の「基礎科学分野での日本の底力」に関し、現在の底力をあなたはどのように評価するか、その理由とともに述べよ。(500 字程度)

(II) 上記のような科学的発見を産業化や社会的価値として実現するために重要な課題を一つ選び、論ぜよ。(1000 字程度)

【知的財産に関する問題】

注意事項

1. 問題 1 および問題 2 の全部について解答すること。

2. 解答は問題ごとに別々の解答用紙に記入すること。

3. 各解答用紙の指定箇所に必ず受験番号を記入すること。

4. 各解答用紙の左上端に【知的財産】という言葉と問題番号を記入すること。

問題 1. 企業は、R&D 戦略、事業戦略および知的財産戦略を連携させることが望ましいと言われているが、それらの連携の意義および態様について知的財産活動の視点であなたの考えを述べよ。(1000 字程度)

問題 2. 企業が新規事業の立上げの際に行うべき知的財産活動についてあなたの考えを述べよ。(1000 字程度)

【金融工学分野に関する問題】

注意事項

1. 問題 1、問題 2、問題 3 の全てに解答すること。

2. 解答は問題ごとに別々の解答用紙に記入すること。

3. 各解答用紙の指定箇所に必ず受験番号を記入すること。

4. 各解答用紙の左上端に【金融工学】という言葉と問題番号を記入すること。

問題 1. n 次正方行列 A に対して，その指数関数 $\exp A$ を

$$\exp A = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k}{k!} = I_n + A + \frac{A^2}{2!} + \cdots$$

によって定義する．ここで I_n は n 次単位行列である．以下の (1)–(3) に答えよ．

1. A, P を n 次正方行列とするとき，次を示せ．

$$\exp(P^{-1}AP) = P^{-1}(\exp A)P.$$

2. $\mathbb{C}$ を複素数全体の集合とし，$\lambda_1, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{C}$ とするとき，次を示せ．

$$\exp \begin{pmatrix} \lambda_1 & & \text{\huge 0} \\ & \ddots & \\ \text{\huge 0} & & \lambda_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{\lambda_1} & & \text{\huge 0} \\ & \ddots & \\ \text{\huge 0} & & e^{\lambda_n} \end{pmatrix}.$$

3. 次の行列 A に対して $\exp A$ を求めよ．

$$A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \qquad (a, b \in \mathbb{R},\ \ b \neq 0).$$

ただし，$\mathbb{R}$ は実数全体の集合とする．

問題 2.

1. $f : [a, b] \to (0, \infty)$ を連続関数とし，$n = 1, 2, \ldots$ に対して

$$f_{k,n} = f\left(a + k \times \frac{b-a}{n}\right), \quad k = 1, \ldots, n$$

とおくとき，次を示せ．

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{f_{1,n} \times \cdots \times f_{n,n}} = \exp\left(\frac{1}{b-a}\int_a^b \log f(x)dx\right).$$

2. 次の漸近展開式を示せ．

$$\sqrt{x^2+x+1} = x + \frac{1}{2} + \frac{3}{8} \times \frac{1}{x} + o\left(\frac{1}{x}\right) \quad (x \to +\infty).$$

ただし，$x \to a$ のとき $o(g)$ は $\lim_{x\to a} f(x)/g(x) = 0$ を満たす任意の関数 f を表す (ランダウの記号).

問題 3. 以下の要素によって記述される N 期間二項資産価格評価モデルを考える：

- 標本空間 $\Omega = \{(\omega_1, \ldots, \omega_N) : \omega_i \in \{0,1\},\ i = 1, \ldots, N\}$
- (実) 確率測度 P(任意の $\omega \in \Omega$ に対して $P(\{\omega\}) > 0$ を満たす)
- 上昇率 u (> 0)，下落率 d $(\in (0, u))$ をもつ株価過程 $\{S_n : n = 0, \ldots, N\}$. すなわち,

$$S_{n+1}(\omega_1, \ldots, \omega_n, \omega_{n+1}) = \begin{cases} uS_n(\omega_1, \ldots, \omega_n) & (\omega_{n+1} = 1 \text{ のとき}), \\ dS_n(\omega_1, \ldots, \omega_n) & (\omega_{n+1} = 0 \text{ のとき}). \end{cases}$$

- マネーマーケット金利 r($d < 1 + r < u$ を満たすとする)

今，適合ポートフォリオ過程 $\{\Delta_n : n = 0, \ldots, N-1\}$ に対して，$\{X_n^\Delta : n = 0, \ldots, N\}$ を

$$\begin{cases} X_{n+1}^\Delta = \Delta_n S_{n+1} + (1+r)(X_n^\Delta - \Delta_n S_n), \quad n = 0, \ldots, N-1 \\ X_0^\Delta = x_0 \in \mathbb{R} \end{cases}$$

により定義される富過程として，最適投資問題 $\sup_\Delta E[U(X_N^\Delta)]$ を考える．ここで sup は全ての適合ポートフォリオ過程 Δ に関してとるものとし，$U : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ は 2 回微分可能な関数で $U'(x) > 0$, $U''(x) < 0$, $x \in \mathbb{R}$, を満たすとする．以下の (1)–(4) に答えよ．

(1) 任意の適合ポートフォリオ過程 $\{\Delta_n\}$ に対して，割引富過程 $\{X_n^\Delta/(1+r)^n\}$ がリスク中立測度 $\tilde{P}$ の下でマルチンゲールであることを示せ．

(2) $I : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ を U' の逆関数とし，$\tilde{U}(y) = \sup_{x \in \mathbb{R}}(U(x) - yx)$, $y > 0$, によって $\tilde{U}$ を定義するとき，次を示せ．

$$\tilde{U}(y) = U(I(y)) - yI(y), \quad y > 0.$$

(3) 任意の適合ポートフォリオ過程 $\{\Delta_n\}$ と任意の $y > 0$ に対して次が成り立つことを示せ．

$$E[U(X_N^\Delta)] \le E\left[\tilde{U}\left(\frac{yZ}{(1+r)^N}\right)\right] + yx_0.$$

ただし，Z はリスク中立測度 $\tilde{P}$ の実確率測度 P に関するラドン・ニコディム微分とする．

(4) 次を示せ．

$$\sup_\Delta E[U(X_N^\Delta)] = E\left[U\left(I\left(\frac{\hat{y}Z}{(1+r)^N}\right)\right)\right].$$

ただし $\hat{y}$ は

$$E\left[\frac{Z}{(1+r)^N} I\left(\frac{\hat{y}Z}{(1+r)^N}\right)\right] = x_0$$

を満たす．また，最適な適合ポートフォリオ過程はどのように決定されるか答えよ (具体的に記述する必要は無い)．